





**INSTITUTO GUATEMALTEÑO DE EDUCACIÓN**

# **Didáctica de la Matemática**

**Proyecto de  
Profesionalización  
de Promotores Educativos**

**Guatemala, 2000**

**5to.  
MAGISTERIO**

**Módulo Educativo  
Didáctica de la Matemática**

**Proyecto de Profesionalización  
de Promotores Educativos**

**Este material fue elaborado por  
“Colectivo Paulo Freire”  
con el apoyo de EDUMAYA y PRODESSA**

**Autores Federico Roncal  
Francisco Cabrera**

**Director de PRODESSA Oscar Azmitia  
Director de EDUMAYA Anabella Giracca**

**Guatemala, 2000**

# INDICE

## PRIMERA UNIDAD

<b>La Matemática en la Escuela</b>	<b>9</b>
Importancia de la matemática	10
Principios de la didáctica de la matemática	12
Desarrollo del pensamiento lógico en las y los niños	17
Los conceptos básicos de la matemática	18
¿Cómo enseñar los conceptos matemáticos básicos?	20

## SEGUNDA UNIDAD

<b>Operaciones Matemáticas</b>	<b>23</b>
Enseñanza de las operaciones matemáticas básicas	25

## TERCERA UNIDAD

<b>Matemática Maya</b>	<b>33</b>
El sistema de numeración vigesimal	34
Instrumentación tecnológica de la Matemática	38
El sistema de medidas	50
La terminología lingüística de la ciencia matemática	51

<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>55</b>
---------------------	-----------



# UBICACIÓN TEMÁTICA

Estamos iniciando una nueva fase de trabajo que nos trae experiencias de aprendizaje que sin duda serán de gran utilidad para la labor educativa que todos estamos impulsando.

Este es el texto de apoyo para Didáctica de la Matemática. ¿Por qué tantos problemas en una práctica tan rutinaria y fácil como la matemática? Bueno, en este material tratamos de explicar porqué la matemática es una ciencia útil y sencilla y también porqué no existe razón para complicarnos la vida y sobre todo, para complicársela a nuestras y nuestros alumnos.

Esta ciencia tiene mucho de razonamiento lógico y su estudio y práctica pretenden ciertamente ayudarnos a desarrollar más nuestra lógica.

¿Cuáles son los objetivos de este curso? Primero; se pretende ubicar el aprendizaje de la matemática dentro del desarrollo del pensamiento del niño . Segundo; se espera aportar elementos metodológicos y de contenidos para que la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, responda al contexto y a las necesidades de nuestra población meta. Tercero; se intentará terminar con el mito de que la matemática es muy difícil.

¿Qué contenidos estudiaremos para lograr los objetivos? Los contenidos preparados para este curso son referidos a los siguientes temas: los principios de la enseñanza de la matemática; cómo enseñar los conceptos matemáticos básicos; cómo enseñar las operaciones básicas y trabajar con números decimales y quebrados, así como otros contenidos que son parte de la matemática elemental que es la que corresponde a la primaria.

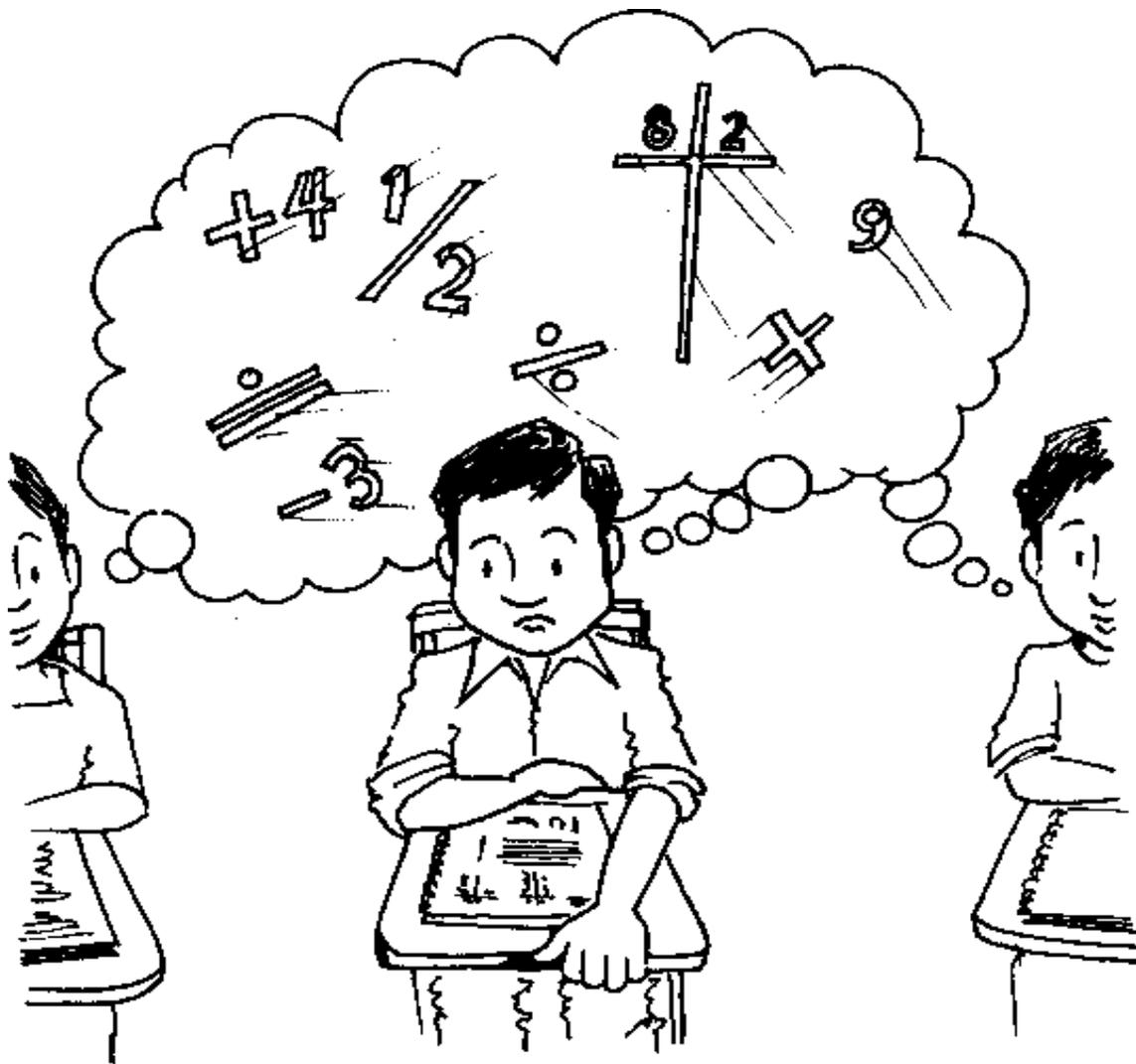
Nos proponemos una tarea muy importante: después de tantos años de temerle a la matemática, queremos que todos lleguemos a quererla ¿Quiere compartir con nosotros esta experiencia...?

*¡Entonces, vamos ya!*



# Unidad 1

## La Matemática en la Escuela

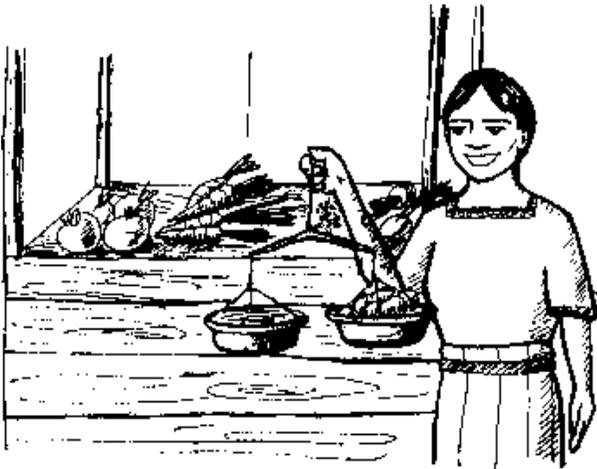


### IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICA

Desde que el hombre apareció en este mundo, tuvo noción de ubicación, así como de conceptos cuantitativos, esto lo llevó a crear la ciencia matemática como la disciplina del pensamiento lógico, deductivo, analítico y conceptual.

La matemática, como expresión de la mente del hombre, refleja la voluntad y el desarrollo de una perfección, busca organizar los hechos dentro de un orden general, haciendo uso de lo siguiente: La lógica, la intuición, la generalidad y la particularidad; resultando así que la matemática es indispensable e importante en la vida cotidiana del hombre, considerando su valor e importancia, desde buscar los procedimientos, las técnicas y los pasos para la enseñanza de la matemática, en forma amena y con resultados positivos, de allí es donde surge la didáctica de la matemática.

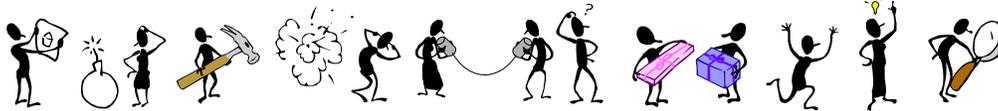
Al darle su valor se considera:



- Que la matemática es más que una materia o área de aprendizaje; es una disciplina cultural.
- Que es, además, un método de investigación, a la vez que un cuerpo de conocimientos, principios y conceptos.
- Que se debe considerar como una ciencia básica, es decir, un sistema de conocimientos que permiten comprender los valores fundamentales que se relacionan con los conceptos.
- Que se debe de organizar y enseñar con el fin de ofrecer a los niños, experiencias vitales para resolver problemas, de manera que la matemática contribuya al desarrollo de las habilidades intelectuales específicas de los niños.

Pero quizá lo más importante de la enseñanza de la matemática es precisamente la utilidad que tiene en la vida diaria, en la vida común de todos. Cada día necesitamos de la matemática, aunque a veces no reflexionemos en ello. La matemática es una práctica diaria, no es algo extraño que la escuela enseñe por primera vez a los niños y niñas cuando llegan a sus aulas. La matemática no la inventó la escuela pues es mucho más antigua que ella.

Ahora bien, hacia dónde nos lleva el estudio de esta ciencia: Bueno, es muy sencillo, nos lleva hacia su correcta aplicación en la vida y hacia el descubrimiento de verdades que tienen mucho que ver con la propia vida de la humanidad. Para que el grupo entienda mejor, es bueno hacer la siguiente actividad:



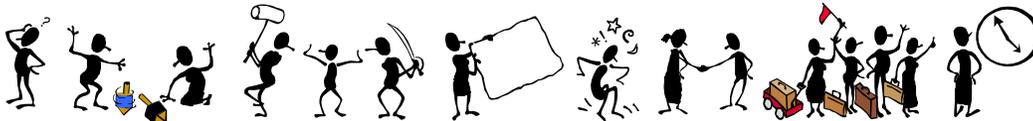
## SUGERENCIA DE TRABAJO No. 1

Para comprender la importancia que tiene el aprendizaje de la matemática se hará un trabajo de grupos. Organizados en grupos pequeños se propone que den respuestas creativas a las siguientes preguntas:

- ¿Desde cuándo el ser humano hizo uso de la matemática y para qué cosas?
- ¿Cómo haríamos para vivir si no existiera la matemática, en qué nos afectaría?
- ¿Qué cosas sabe el niño o niña de matemática, antes de llegar a la escuela primaria, o no sabe nada?

Dé un tiempo prudencial para la respuesta de las preguntas. Luego, en plenaria, que algunos de los grupos den sus respuestas y que se enriquezcan con la participación general. En cuanto a las respuestas, orientelas en el sentido que el ser humano hizo uso de la matemática desde su propio origen, desde que necesito saber cuántos vivían con él, cuánto necesitaba para alimentarse, cuántos para ir de cacería, etc. En cuanto a la segunda pregunta, tome en cuenta que la matemática es insustituible, no podríamos vivir sin ella, no sabríamos ninguna media, no podríamos calcular nada, ni saber cuánto se necesita de cada cosa, etc. Y finalmente, respecto a la tercera pregunta, aclare que el niño tiene ya un conocimiento de la matemáticas desde que aprende a calcular una distancia, a diferenciar entre un objeto y dos objetos, y muchas otras cosas, lo que no sabe, generalmente, son los símbolos con los que se representa esa matemática que ya practica.

Agregue más explicaciones sobre la importancia de la enseñanza de la matemática y sobre todo, propicie el aporte del grupo.



**A  
T  
R  
A  
B  
A  
J  
A  
R**

### PRINCIPIOS DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Muchas veces tenemos la mejor intención para hacer el trabajo docente, pero simplemente no contamos con determinados lineamientos que sirvan de guía para todo el proceso. Es muy común cometer errores graves por desconocimiento de las formas de enseñanza más adecuadas, esos errores se pagan muy caro, y quien los paga es el alumno. Por eso hemos considerado de vital importancia tener en cuenta siempre, los siguientes principios que ayudarán a desarrollar un aprendizaje más adecuado.

Veamos estos principios que se deben tener presentes siempre que se enseñe la matemática:

1. **El aprendizaje de la matemática (como todos los de otras áreas) debe ser coherente con el desarrollo del pensamiento lógico del niño:**



Para esto tomamos como base la teoría de Piaget. No podemos ignorar que permanentemente el pensamiento del niño está desarrollándose, por eso, la educación no puede quedarse estática. Es necesario tener en cuenta las características principales de cada una de las etapas del desarrollo lógico, según esa base debe estar organizado el programa del curso de Matemática en la primaria.

Recordemos rápidamente que en la edad de la educación preprimaria y primaria, el niño no ha llegado a desarrollar su pensamiento abstracto como el concreto, por lo tanto, tiene grandes dificultades para atender a los planteamientos que requieren de abstracciones, necesita que todo sea en concreto, por medio de objetos. Por ejemplo: **Sumar**, es una palabra que no tiene ningún significado para él. Hacer varias sumas, por más que se repitan, tampoco tiene ningún sentido. Lo que esto nos quiere decir es que para el aprendizaje de la matemática en estos niveles, es necesario recurrir a lo concreto, a lo que el niño pueda tocar, mover, sentir, lo que él conozca y lo que para él tenga también un sentido porque su pensamiento se encuentra en una fase de desarrollo que requiere de ese tipo de actividades para su comprensión.

Veámoslo de esta manera: **Sumar** es un concepto; **tener una piña y agregarle otra** es una operación mental. Lo que el niño puede comprender es la actividad, porque conoce las piñas y porque las puede observar, tocar, juntar, separar, etc. Mientras que el concepto es un vacío, lo comprenderá más adelante.

## 2. El aprendizaje de la matemática debe ir de lo más sencillo a los más complejo:

Sí, principiar con lo que es conocido y con lo que requiere sólo de una actividad mental a la vez: agregar, quitar, señalar, separar, etc. en vez de iniciar como lo hace esta maestra tradicional:

*"La señora Guillermina tiene más de veinte años de trabajar en una escuela. Este año está a cargo de tercer grado. Siempre ha presumido de ser muy estricta y de poner a sus alumnos a trabajar bastante para que aprendan, especialmente la clase de Matemática que es tan difícil, según ella. Al inicio del año, el primer día de clases se dice a sí misma: Mm... estos patojos se pasaron las vacaciones sólo jugando y ahora necesito que vuelvan a aprender la matemática del año pasado. Bueno les voy a poner por lo menos unos cincuenta problemas para que los resuelvan aquí y en la casa. Sólo así se van a poner listos."*

Como vemos, la profesora se equivoca pues aunque se trata de recordar (suponiendo que realmente aprendieron lo del año anterior) no es correcto principiar con problemas que suponen un mayor grado de dificultad. Lo que puede provocar en el alumno una gran confusión y hasta frustración.

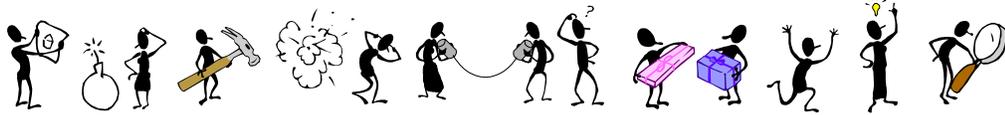
Con ello queremos hacer ver que siempre debe iniciarse con lo más sencillo, si se comprueba que lo sencillo ya es dominado por las y los alumnos, se va hacia lo más complejo para que el alumno lleve toda la secuencia de los contenidos y de los procesos de desarrollo que se estimulan.

## 3. La matemática se enseña primero en la práctica y luego en la teoría, es decir, primero se utilizan objetos para realizar las operaciones, luego se estudian los símbolos y por último se pasa a representar las operaciones con símbolos:

La matemática es una ciencia que se aplica a cosas reales, así debemos hacerlo saber a los niños. Los números, las operaciones, etc. no son inventos del profesor sino ejemplos de la vida real. Para ensañar la matemática debemos principiar por poner al niño en contacto con objetos manipulables (piedras, palos, frutas, hojas, lápices, etc.). Con estos objetos se realizan las operaciones: contar, unir, separar, agregar, quitar, repartir, etc. El primer paso, es entonces, utilizar objetos para realizar las operaciones en lo concreto. Cuando se ha practicado suficientemente cada operación se puede pasar al segundo paso que es explicar la necesidad de utilizar símbolos. Previamente se da a conocer lo que es un símbolo y porqué se utiliza. Los símbolos son lo que conocemos como: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...; +, -, x, =, {}, etc.

El tercer paso es el de comenzar a hacer las operaciones sólo con símbolos, que es lo que comúnmente hacemos:  $2 + 4 = 6$  ó bien: 2 y tantas operaciones más:

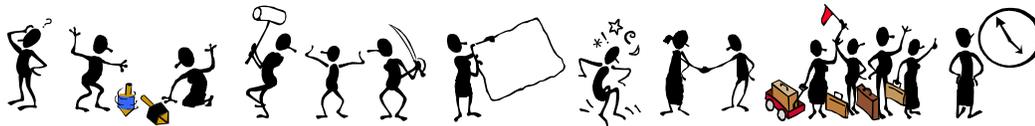
$$\begin{array}{r} + 4 \\ 2 \\ \hline 6 \end{array}$$



## SUGERENCIA DE TRABAJO No. 2

Promueva una reflexión y unos comentarios sobre esto último:

- ¿Por cuál de estos pasos iniciamos nosotros y cómo nos enseñaron nuestros maestros?
- ¿Están todos de acuerdo con la propuesta de los tres pasos y en el mismo orden?



- 4. La memoria no basta para la matemática, es necesaria la comprensión. La repetición de ejercicios es buena sólo si las y los alumnos saben lo que están haciendo:**

Muchos maestros nos hemos equivocado pensando que para la matemática basta con tener mucha práctica. ¡Cuidado! la simple práctica es mecánica y la matemática no. La memoria puede volverse mecánica si no se llega a la comprensión de lo que se está haciendo. La memoria es indispensable pero no es lo único, sola no es suficiente. Si enseñamos matemática sólo en base a la memoria, haremos más mal que bien. Así como muchos maestros que piensan que para aprender las tablas de multiplicar es necesario que los alumnos las copien de principio a fin unas cien veces ¡Qué aburrido!

- 5. Las y los alumnos deben saber con claridad qué significan las operaciones (sumar, restar, multiplicar, dividir, unir, intersectar, etc.) y no sólo resolverlas mecánicamente:**

Lo que se debe tener en cuenta de este principio, es que no importa la operación matemática que se esté realizando, las y los alumnos deben saber con claridad de lo que se trata y sobre todo el para qué sirve y dónde se puede aplicar. Resolver mecánicamente es sólo aplicar recetas y la matemática es razonamiento. Veamos un caso que puede ilustrar lo que decimos:

*Después de dedicar muchos días a la enseñanza de los conjuntos, según él de buena manera; unos días después del examen, el profesor le preguntó a uno de sus mejores alumnos: "Pedro, ¿Qué es un conjunto?" y el niño con toda espontaneidad respondió: "¡Aah Profe!, eso es fácil. Es una rueda que tiene unas figuritas adentro..."*

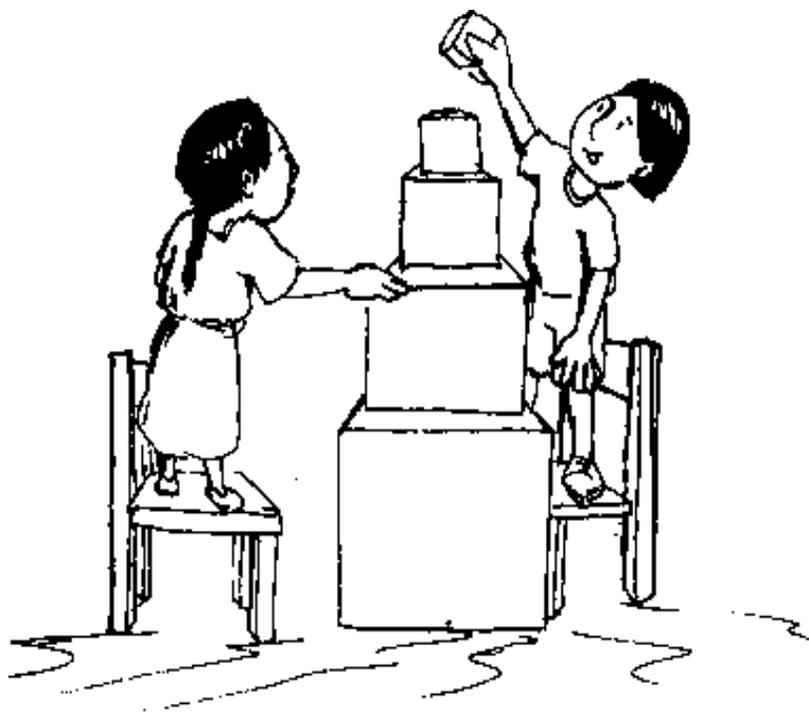
Evidentemente el niño no sabía lo que era un conjunto y por tanta repetición, asociaba los conjuntos con los tradicionales círculos llenos de elementos, eso es simplemente una forma de representar conjuntos.

**6. Los problemas matemáticos no se resuelven con recetas: paso # 1, sume; paso # 2 baje el otro número; paso # 3 ... etc.:**

Como ya se ha dicho, la matemática se basa en el razonamiento. Nunca se debe dar recetas ordenando paso a paso la manera de realizar una operación pues ello impide el razonamiento y por lo tanto las y los alumnos no aprenderán más que a seguir instrucciones y ese no es el objetivo. Existen otros campos del conocimiento donde sí se utilizan las instrucciones a seguir, pero no en el aprendizaje de la matemática.

**7. La matemática debe ser agradable, lúdica:**

Como todo el aprendizaje. Si es agradable será más fácil aprender, si es jugando se disfrutará la escuela. Nunca se debe decir o hacer pensar que la matemática es una asignatura difícil, primero porque no es cierto y segundo porque no es didáctico decir eso. En este curso iremos aportando algunos juegos que pueden servir pero la creatividad del maestro es el principal recurso.



- 8. El aprendizaje de los contenidos de la matemática tiene una secuencia, un aprendizaje se basa en el anterior y así sucesivamente, por eso, si no se ha logrado un aprendizaje no se debe entrar a otro sólo por cumplir con el programa:**

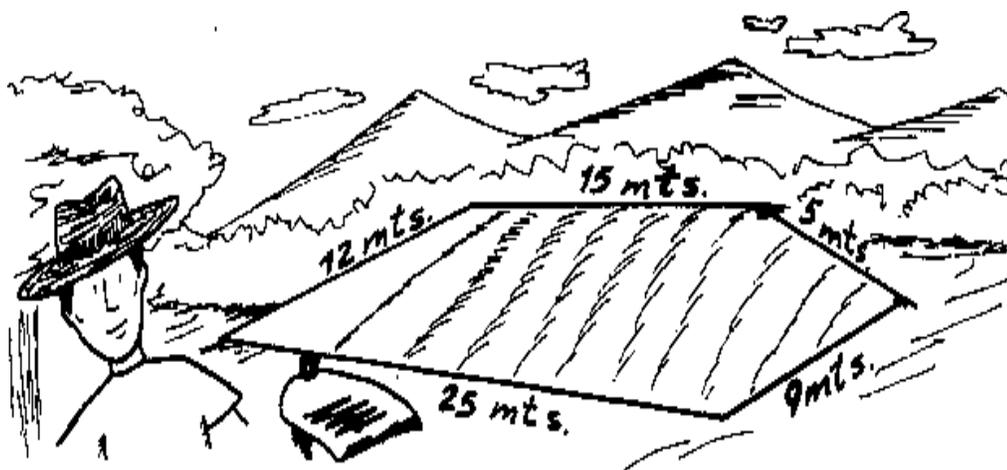
Los contenidos de aprendizaje están en relación con procesos mentales que las y los alumnos van desarrollando y deben mantener cierto grado de dificultad ascendente, como ya se ha explicado. Es un grave error pretender que se aprenda un contenido sin haber aprendido el anterior. Eso constituye un rompimiento de la secuencia pues eso indica que se trata cada tema de forma aislada y no en un proceso de aprendizaje. Además de ello, si las y los alumnos no han logrado dominar una operación sencilla no podrán con otra de mayor dificultad.

Por ejemplo: algunos maestros se desesperan al ver que sus alumnas y alumnos no aprenden a sumar con más de dos sumandos, entonces deciden abandonar eso y entrar a la multiplicación, como si multiplicar fuera más sencillo que sumar.

- 9. Que el aprendizaje tenga significación:**

Eso quiere decir que lo que se aprenda se interprete en la realidad. Por ejemplo, si se aprenden los decimales se debe entender que se aplican plenamente en el comercio y en la vida diaria, a cada momento.

Darle significación quiere decir entender para qué sirve en la vida común de las y los alumnos, que vean que esas no son cosas para aplicar sólo en la escuela, en los cuadernos y en los exámenes.



## DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO EN LAS Y LOS NIÑOS

Existen varias teorías sobre el desarrollo del pensamiento lógico. Una de las más respetadas y utilizadas es la de Jean Piaget. Según él, la enseñanza de la matemática debe adaptarse al desarrollo de las estructuras mentales o pensamiento de las y los niños. Según Piaget, la mente pasa por una serie de etapas que finalmente llevan a lo que él llama pensamiento lógico o reflexivo.

Hay varios factores que influyen en el desarrollo del pensamiento del niño, éstos son:

- ✓ **La maduración:** Es consecuencia del desarrollo del sistema nervioso y se refleja en las habilidades y capacidades de los niños. Cuanto más edad tenga el niño, mayores estructuras mentales posee para el aprendizaje de cosas más difíciles.
- ✓ **La experiencia física:** Cuanto más contacto físico tenga con los objetos que le rodean, mayores son las posibilidades de aprendizaje. Mediante estos contactos puede llegar a comprender conceptos básicos como los de corto, largo, ancho, etc.
- ✓ **La interacción social:** Mientras más oportunidades tengan los niños de actuar entre sí, más puntos de vista conocerán, en este caso es importante que se desarrollen bastantes actividades de trabajo grupal, pues esto enriquece la experiencia y el conocimiento.

### Los estadios o etapas del desarrollo del pensamiento descritos por Piaget son los siguientes:

#### **Estadio sensorio-motriz:**

Este va desde el nacimiento hasta los dos años, a esta edad los niños y niñas utilizan lo que se llama inteligencia acción ya que por medio del movimiento tocan y conocen lo que les rodea, los objetos existen en tanto los puede ver. A los dos años son capaces de coordinar sus acciones y empiezan a conectar los eventos presentes con experiencias pasadas, por esta razón ensayan repetidamente para observar los resultados de sus acciones. Seguramente usted ha visto cómo los bebés se llevan a la boca todo lo que tiene a mano, esta es la manera como conocen y aprenden de los objetos. Se comienza a usar la imitación, la memoria y el pensamiento. El niño se da cuenta de los objetos que no dejan de existir cuando se esconden. El niño pasa de las acciones reflejas a la actividad dirigida.

#### **Estadio de pensamiento objetivo-simbólico (pre-operacional):**

Comprende de los 2 a los 6 ó 7 años. Un hecho relevante de esta etapa es que gracias a la locomoción los niños amplían sus percepciones de lo que les rodea. Durante este estadio gracias al lenguaje, pueden pensar en un objeto o persona aunque no esté ante su vista. También se da la imitación de lo que hacen otras personas y el juego simbólico por ejemplo cuando utilizan una escoba para jugar al caballito. Es capaz de pensar en operaciones continuas de manera lógica en una dirección.

**Estadio del pensamiento lógico-concreto y lógico formal:**

Esta etapa se extiende de los siete a los doce años. A los siete años el pensamiento de niños y niñas se hace lógico y es así como puede actuar sobre datos que le suministren información por medio de la percepción y manipulación directa. Esto significa que si usted intenta enseñarles de manera abstracta el aprendizaje les será difícil. Esto indica la importancia que la escuela primaria promueva experiencias concretas que faciliten el aprendizaje de los diferentes conceptos matemáticos.

**Etapa del pensamiento lógico formal:**

Se ubica de los doce a los quince años, en esta etapa los niños y las niñas logran razonar sin el apoyo de objetos concretos, piensan sobre abstracciones sin necesitar del apoyo de objetos.

Es importante saber que las bases para desarrollar el pensamiento matemático se encuentran en las acciones diarias de nuestra vida.

Al enseñar matemáticas recuerde que usted facilitará pensamiento matemático cuando promueva que niños y niñas:

- Observen y manipulen lo concreto (piedras, maíces, etc.) esto permitirá que guarden imágenes en su mente.
- Relacionen lo que observan con otras experiencias parecidas Hagan abstracciones que permitan llegar a conclusiones o conceptos
- Apliquen lo que aprenden en la vida diaria.

## LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA MATEMÁTICA

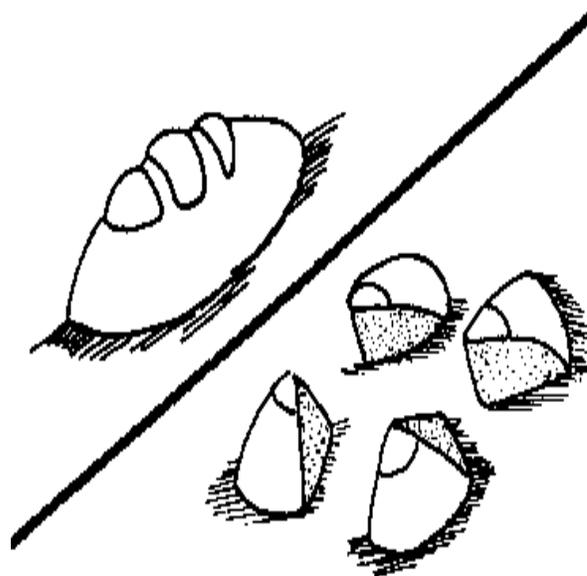
Cuando hablamos de conceptos básicos de la matemática, estamos también refiriéndonos a lo que se conoce como *prematemática*. Es decir, la preparación elemental para luego ingresar al estudio de la matemática propiamente dicha.

Normalmente estos conceptos han de desarrollarse en la propia casa y en la escuela preprimaria pero cuando no es así, corresponde hacerlo al inicio del primer grado.

Cuando los números se utilizan como parte de la rutina, el niño pronto empieza a contar cosas por sí mismo. Por ejemplo: El simple hecho de jugar con un niño pequeño contando los dedos de las manos es una muestra de las oportunidades para estimular el conocimiento del número. Pensemos en que los números están a nuestro alrededor todo el tiempo: la hora, el dinero, la talla, el peso, la edad, la fecha, las tortillas, etc.; todo se representa por medio de números, por ello la necesidad de que desde los primeros años se tenga el concepto de lo que representa el número.

El manejo de los conceptos prematemáticos se considera básico en el desarrollo de la habilidad para efectuar operaciones numéricas rápida y correctamente. Los siguientes ejemplos pueden ayudar:

- La noción de **cantidad** como base para el aprendizaje de **símbolos** y el uso de éstos.
- Los conceptos de **pequeño, mediano y grande** son necesarios para las actividades de **clasificación**.
- Los conceptos de **más que, menos que e igual que** son necesarios para aprender la **suma** y la **resta**.
- Los conceptos de **entero y mitad** son necesarios para el aprendizaje de las **fracciones**.
- Otros conceptos básicos indispensables son los de cerca y lejos; dentro y fuera; mucho y poco; lleno y vacío; largo y corto; igual y diferente (tamaño, forma, color y posición). Estos conceptos deben enseñarse como hemos dicho, a partir de actividades prácticas, con objetos o con las y los propios alumnos para que luego se pueda llegar al uso de símbolos.



Tradicionalmente la enseñanza de la matemática se entendía como el aprendizaje y la memorización de los números. Hoy la naturaleza de la matemática consiste en enseñar a expresar las realidades circundantes, es decir, un lenguaje con un modo de pensar, para lo cual se hace necesario el dominio de por lo menos: los objetivos, las tendencias, la metodología y los recursos didácticos necesarios para la enseñanza esta disciplina.

El objetivo social de la matemática es ayudar al hombre en la resolución de sus problemas ahora y siempre.

Otra razón por la que se debe enseñar matemática es el reconocimiento a la herencia cultural. Esta herencia cultural está representada por los grandes campos del conocimiento; y la ciencia facilita el desarrollo de una cultura. Como la matemática es parte de la ciencia su estudio y aprendizaje facilita el conocimiento de una cultura.

### ¿CÓMO ENSEÑAR LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS?

Estos conceptos básicos se pueden enseñar con actividades muy sencillas a realizar dentro y fuera del aula, lo importante es que mientras se realizan estas actividades se explique claramente lo que se puede aprender de ella.

Con el objetivo de aportar ideas sobre el cómo enseñar estos conceptos presentamos algunos ejercicios que se pueden aplicar en la escuela y en la comunidad.

#### **Seriación u ordenamiento:**

Consiste en ordenar objetos según su talla o dimensión. Formando series de mayor a menor, reconociendo cuál es el mayor, cuál el menor y cuál el mediano. Para las series de tamaños se debe reunir un grupo de objetos similares (palos, lápices usados, semillas de algunas frutas, etc.) que tengan diferentes tamaños. Hay que dar una explicación general para que todos puedan escucharla. Luego pueden ir pasando uno por uno al frente a responder las preguntas que hace el maestro en voz alta. Las respuestas correctas son aplaudidas fuertemente por todo el grupo de alumnas y alumnos y las equivocadas se indican con un sonido así: ¡Buuu!, estos sonidos le darán mayor interés a la actividad y se hará divertida al mismo tiempo que las y los alumnos que están al frente y los demás, se fijan bien y lo que se está haciendo.

Las preguntas o instrucciones que se pueden hacer son, por ejemplo:

*"De estos tres objetos (palos, lápices, etc.) ¿Cuál es el más grande? ¿Si quitamos éste y ponemos otro, cuál es el más grande? Busca ahora otro que sea todavía más grande. ¿Cuál es el más pequeño? Busca uno más pequeño ¿Cuál es el mediano? , etc."*

Después de hacer varias preguntas a las y los alumnos que han pasado al frente se puede practicar con todos al mismo tiempo el juego de *Enanos y gigantes* pero llamándolo *Grandes y pequeños*, donde hay que agacharse y pararse según las instrucciones que la el maestro.

Con actividades similares se pueden enseñar conceptos como los de *largo y corto, poco, mucho e igual*, o bien utilizando objetos como botellas con agua, pitas, varas, etc.

Lo que queremos que quede claro es que para el aprendizaje de los conceptos básicos de la matemática, se realizan actividades tan sencillas como las que hemos explicado. Cuando las y los alumnos tienen ya la capacidad de ordenar correctamente una serie de objetos por su tamaño, por su longitud, por su contenido, etc. se dice que ya han alcanzado los conceptos básicos y el aprendizaje de la matemática será más fácil. Pero si no se ha logrado dominar estos conceptos es necesario insistir por medio de otros juegos y actividades.

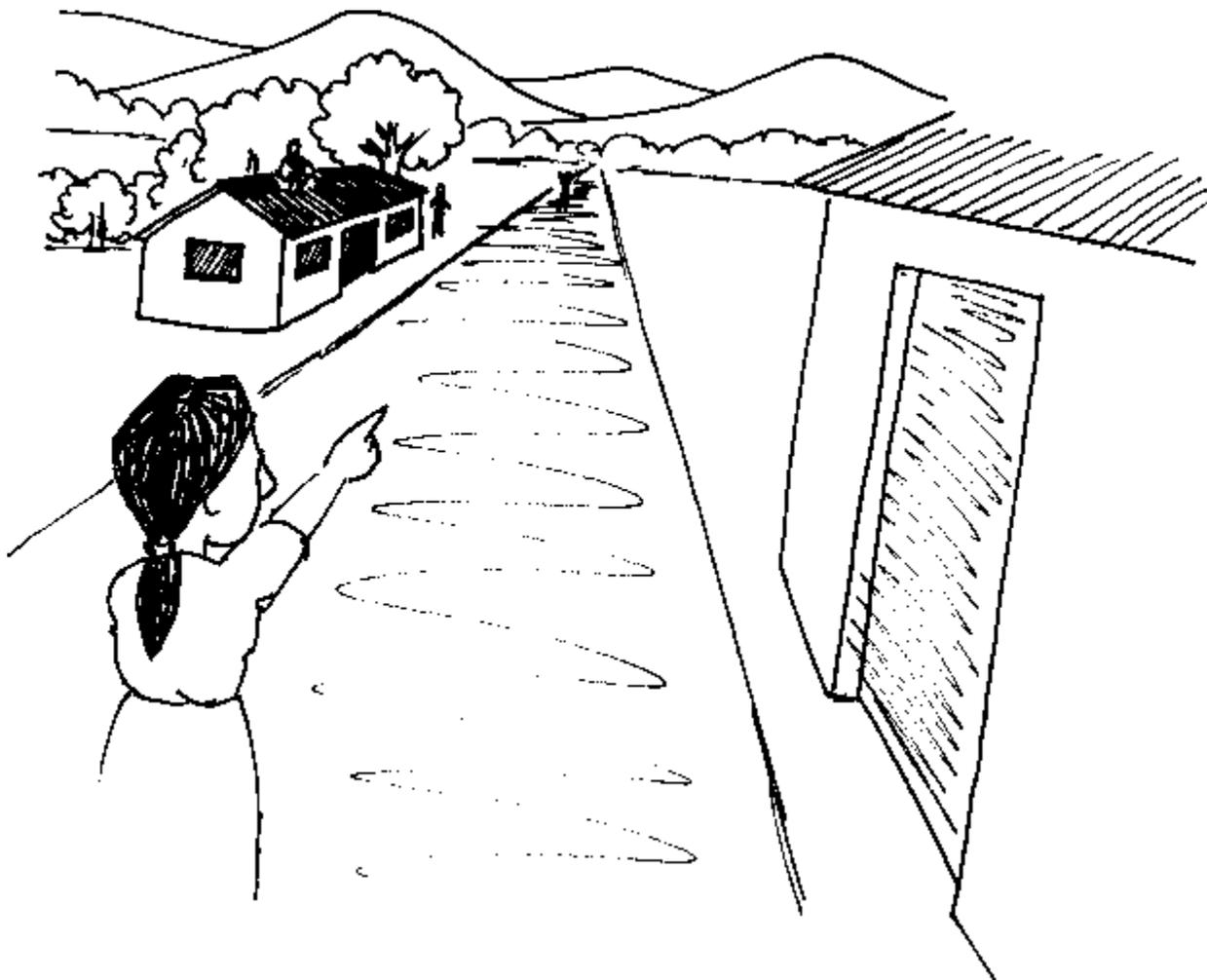
**Relaciones espaciales:**

Las relaciones espaciales son aquellas que se refieren a las distancias y la ubicación de los objetos. Por ejemplo: *delante y detrás, sobre y bajo, dentro y fuera, cerca y lejos*. Estos conceptos pueden enseñarse con las y los propios alumnos, pidiéndoles que cada uno de ellos se coloque en una posición y preguntando después:

“¿Quién está cerca de Juan, quién está lejos? etc.; ¿Quién está delante de Jacinto y quién está detrás de él? etc. ”

**Luego utilizando objetos diversos:**

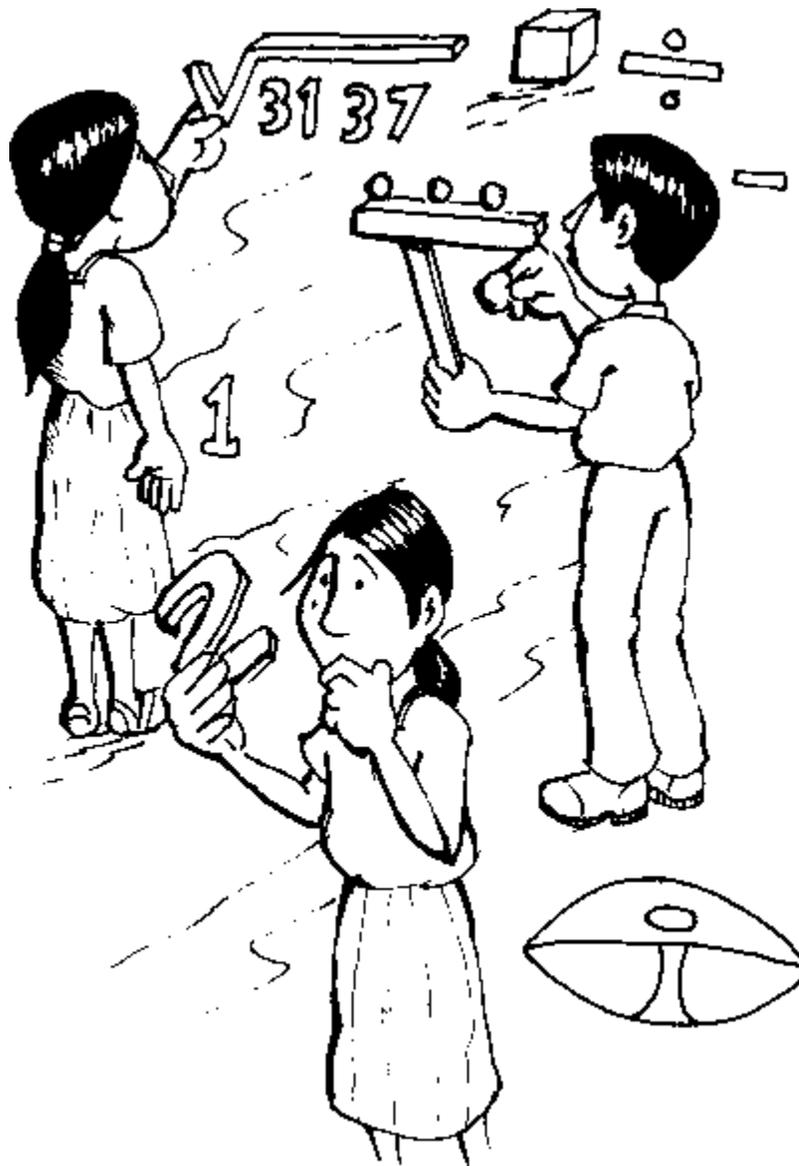
“María, coloque el florero debajo de la mesa y sobre los libros”. O bien “Ponga los cuadernos dentro de la bolsa y sobre su banca”.





# Operaciones Matemáticas

# Unidad 2



En esta unidad vamos a abordar un tema muy interesante. Dada la importancia que tiene la enseñanza de las operaciones básicas, en esta unidad vamos a dar elementos muy importante respecto a la enseñanza de cada una de ellas.

Esperamos que estos elementos le ayuden a realizar un mejor proceso de enseñanza –aprendizaje y a romper con los mitos de la enseñanza de la matemática.

Por supuesto, no olvide que su creatividad debe ponerse en juego para diseñar nuevas formas de aprender matemática, las cuales puede poner a prueba con su grupo de alumnas y alumnos.

¡Vamos!

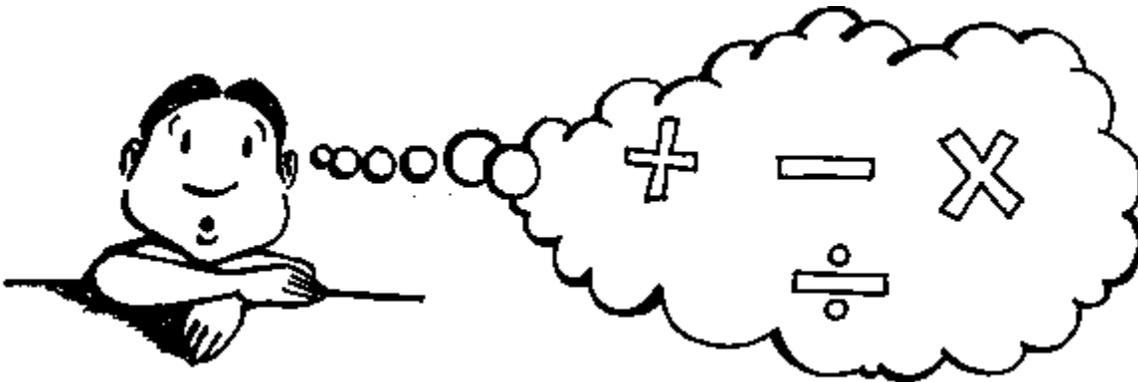
## ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES MATEMÁTICAS BÁSICAS

Las cuatro operaciones básicas de matemática son fundamentales para la vida futura y cotidiana de los niños y las niñas, las operaciones de esta naturaleza pierden valor e importancia cuando se exageran en el número de operaciones a realizar por parte de las y los alumnos, por lo consiguiente, se vuelve mecanizado. A veces es necesario plantear problemas para que las y los alumnos los resuelvan, parece ser una tarea fácil cuando el docente plantea lo siguiente. La mamá de Juanito fue al mercado y compró ocho aguacates, pasó en la tienda de la esquina y compró otros dos. ¿Cuántos aguacates tiene la mamá de Juanito? Este problema requiere de una operación simple para resolverlo. Sin embargo, puede crearse problemas de interpretación compleja, de proceso y de aplicación. A continuación se les presentan problemas que usted tratará de adecuar a sus respectivos grados.

Trate de resolver los siguientes problemas de proceso que se le presentan, recuerde que todo el grupo debe de apoyarse entre sí:

*Carlos tiene tres bolsas para guardar sus cincos. Identificó cada bolsa con la letra A, B, C. En la bolsa «A» guarda diez cincos. En la bolsa «B», guarda dos cincos más que en la bolsa «A». En la bolsa «C» tiene el doble de la cantidad que guarda en la bolsa «B». ¿Cuántos cincos tiene en total Carlos?*

*A una fiesta llegan siete personas. Cada una da un apretón de manos para saludar al otro, tomando en cuenta que no ocurren repeticiones (no se saludan dos veces) ¿Cuántos apretones de manos hubo en la fiesta. Dramatice las respuestas con sus alumnas y alumnos).*



### Aspectos procedimentales de la aritmética:

La capacidad para producir rápida y eficazmente una suma o producto de dos dígitos simples enteros es una de las principales habilidades que un niño debe adquirir en los primeros años de la escuela. Dos décadas de investigaciones en procesos básicos subyacentes a esta simple tarea han mostrado que los niños gradualmente van avanzando desde el uso de un amplio número de algoritmos para el desempeño en la aritmética simple hasta confiar fundamentalmente en las repercusiones directas de las respuestas conocidas.

Los estudios realizados mediante entrevistas a niños indican que los más pequeños utilizan muchas de estas estrategias. En el caso de la adición, se pueden añadir dos números:

### **SUMA:**

Las cuatro operaciones básicas de matemáticas son fundamentalmente para la vida futura y cotidiana de los niños y las niñas, las operaciones de esta naturaleza pierden valor e importancia cuando se exagera en el número de operaciones a realizar por parte del alumno, por lo siguiente se vuelve mecanizado.

Sin embargo, hay formas para que se motive y que las y los alumnos tomen interés sin llegar a la mecanización y se ponen algunos ejemplos curiosos: en grupos de tres maestros resuelvan el siguiente problema: Utilizando ocho ochos, realizando sólo la adición y encontrar el valor numérico de 1000. Utilizando nueve nueves y sumándolos, encontrar el valor numérico de 11,016 (lo curioso es que este mismo resultado suman nueve los dígitos que lo conforman).

La mayoría de los maestros enseñan a sumar de la siguiente manera:  $2+4=6$  y generalmente se cae en una mecanización. Para no caer en lo tradicional, en cualquier operación hay que ir de lo más sencillo a lo más complejo. Por ejemplo: usted dibuja de un lado dos frutas y del otro cuatro. Inmediatamente el niño nota la diferencia. Luego para sumar se efectúa en la práctica, materiales u objetos que sean reales como semillas, algunos juguetes, piedras, etc. Posteriormente puede juntar los dos conjuntos de frutas y empiezan entonces a efectuar la adición contando los elementos dando el resultado de la operación. Los niños y las niñas aprenden a sumar por medio de juegos en el salón de clases, al comprender que sumar es juntar los elementos que tengamos; ellos lo aplican directamente en la vida diaria a través de frutas, semillas y otros materiales.

### **Errores más comunes y frecuentes en el cálculo de la suma:**

- Errores en las combinaciones básicas.
- Contar para hallar la suma.
- Añadir el número que se lleva al final.
- Olvidarse de añadir el número que se lleva
- Reiniciar la suma parcialmente hecha.
- Agregar irregularmente el número que se lleva.
- Escribir el número que se lleva.
- Equivocar el número que se lleva.
- Procedimientos irregulares
- Agrupar números.

**Algunas actividades que se pueden realizar con los niños:**

Esta actividad es para alumnas y alumnos de segundo y tercer grado. Usar el periódico para que las y los alumnos individualmente recorten precios y otras cantidades. Pedir a las y los alumnos que se reúnan por parejas y que escriban tres problemas pegando recortes en tres cartulinas (o papelógrafos). El primer problema se debe resolver usando una suma. El segundo una resta. El tercero utilizando una suma y una resta. Mezclar todos los problemas y luego repartirlos para que, en parejas, las y los alumnos identifiquen cuáles se deben resolver usando la suma y cuáles usando ambas operaciones.

- Escribir, de título, en el pizarrón. Relación entre la suma y la resta. Luego escribir esta operación:  $56-23= 33$
- Recordar las partes de la resta: ¿cuál es el minuendo? ¿la diferencia? ¿el sustraendo? Pedir a los alumnos que escriban una suma usando las mismas cantidades:  $23 +33+= 56$  y  $33 +23 = 56$ .
- Recortar las partes de la suma ¿cuáles son los sumandos? ¿ y la suma?.
- Preguntar si hay alguna otra resta relacionada con las operaciones anteriores
- Escribir  $56 -33= 23$  en el pizarrón
- Indicar que las operaciones anteriores son una familia de sumas y restas de los números 56,23,y33
- Escribir una familia de sumas y restas usando los números 83,14, y 97
- Que los alumnos inventen 2 familias más y las escriban en su cuaderno.
- Que los alumnos recorten tarjetas de % de hoja tamaño carta y que en cada lado de la tarjeta escriban una suma o una resta de 2 ó 3 dígitos.
- Mezclar todas las tarjetas
- Todos los días, antes de comenzar la clase, cada alumno debe operar mentalmente y encontrar la respuesta a la operación de la tarjeta que el maestro muestre. No es concurso y se debe dar suficiente tiempo a los alumnos para contestar ya que la destreza a desarrollar es el cálculo mental, no la memoria, ni la rapidez. Los mismos alumnos indican si la respuesta es correcta o no. Esta actividad puede tomar hasta 10 minutos diarios.
- Procurar que todos los alumnos contesten por lo menos una vez Cuando ya hayan practicado una semana, se puede aumentar el número de tarjetas en el tiempo estipulado.

### RESTA:

Para enseñar en qué consiste la operación de la resta, le pedimos a las y los alumnos que observen cuidadosamente los dos conjuntos de lápices dibujados en la pizarra, ellos tienen que decir dónde hay menos objetos. ¿Hay más lápices rojos que azules? o ¿hay más azules que rojos? Las observaciones de esta naturaleza ayudan a las y los alumnos.

Al enseñar directamente la resta, las y los alumnos tienen que conceptualizar que restar es *quitarle* una cantidad a otra. Y cuando ya se tiene conocimiento sobre la resta, se pueden ir agregando números para visualizar la operación. Una actividad que se recomienda: es que en grupos ejerciten sumas y restas con materiales concretos. Antes de escribir los números en el pizarrón, debe hacerse las operaciones con objetos e incluso con personas formando grupos o conjuntos, sumando y restando. Se darán cuenta que jugando se aprende la matemática.

### Los errores más comunes en esta operación aritmética:

- Errores en las combinaciones básicas
- No prevenir la suma de diez a toda cifra del minuendo inferior a su correspondiente en el sustraendo disminuyendo en uno la inmediata de la izquierda
- Contar para hallar la resta
- Errores debidos a ceros en el minuendo
- Nombrar los términos al revés
- Restar el minuendo del sustraendo
- Poner cero cuando la cifra del sustraendo es superior a su correspondiente en el minuendo
- Sumar en vez de restar
- Errores de lectura
- Restar dos veces de la misma cifra del minuendo

### Algunos ejemplos de problemas para agilizar la comprensión de esta operación aritmética:

#### Resultado desconocido:

Carlos tenía 7 lápices y Pedro le quitó cinco. ¿Cuántos lápices tiene ahora?

Cambio desconocido:

Isabel tenía 8 cuentos. David le dio algunos cuentos más. Ahora Isabel tiene 15 cuentos. ¿Cuántos le dio David?

Rosa tenía 14 cuentos. Dio algunos a Carlos. Ahora Rosa tiene 6 cuentos. ¿Cuántos cuentos le dio a Carlos?

**Principio desconocido:**

Raquel tenía algunas pinturas. Carmen le dio 9 pinturas más. Ahora Raquel tiene 15 pinturas. ¿Cuántas pinturas tenía Raquel al inicio?

Eva tenía algunas pinturas. Dio cinco pinturas a Elías. Ahora Eva tiene 9 pinturas ¿cuántas pinturas tenía Eva al principio ?

**Igualar:**

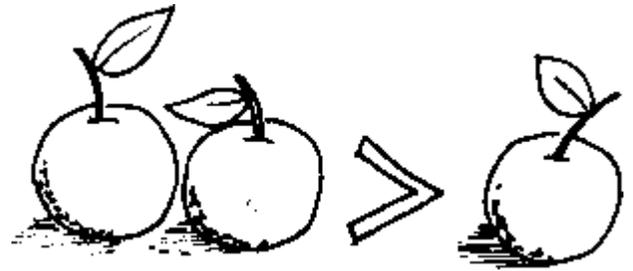
Adela tiene 8 caramelos. Lucía tiene 12 caramelos. ¿Cuántos caramelos debe conseguir Adela para tener tantos como Lucía?



Gabriel tiene 12 caramelos. Amparo tiene 7 caramelos. ¿ Cuántos caramelos necesita dar Gabriel para tener tantos como Amparo?

**Combinar:**

Eduardo tiene 7 juguetes. Juan tiene 5 juguetes ¿cuántos juguetes tiene Javier?



Ramón y Javier tienen 15 juguetes. Ramón tiene 7 juguetes. ¿cuántos juguetes tiene Javier?

**Comparar**

María tiene 12 pelotas. Pablo tiene 7 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene María más que Pablo?

Quique tiene 12 pelotas. Lolita tiene 7 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene Lolita menos que Quique?

$$1 = 1 \quad 2 > 1$$

### MULTIPLICACIÓN:

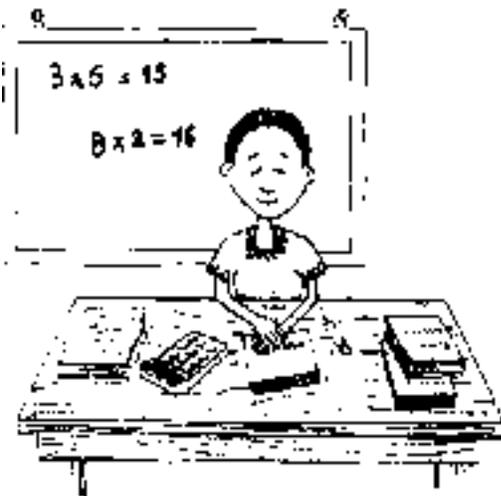
La multiplicación es una operación directa como la suma y por tanto no entraña tantas dificultades como la resta. Incluso hay niños que multiplican sin errores pero continúan teniendo graves fallos en la respuesta. Los principales obstáculos son la memorización de las tablas y el cálculo mental.

#### Algunos de los errores más comunes en la multiplicación

son:

- Errores en las combinaciones básicas.
- Errores relacionados con llevar, errores al agregar el número que se lleva, llevar un número erróneamente, olvidarse de llevar, escribir el número que se lleva, errores al agregar el número que se lleva a cero, multiplicar el número que se lleva, agregar dos veces el número que se lleva y agregar un número cuando no se lleva.
- Errores relacionados con contar: contar para lograr el producto, repetir la tabla hasta llegar al número que se ha de multiplicar, multiplicar mediante sumas y escribir la tabla.
- Procedimientos defectuosos: escribir una fila de ceros cuando hay uno en el multiplicador, usar el multiplicando como multiplicador, errores debido al cero en el multiplicador o en el multiplicando, omitir alguna cifra en el multiplicador o en el multiplicando, errores en la colocación de los productos parciales, confundir productos cuando el multiplicador tiene dos o más cifras, no multiplicar una cifra del multiplicando, omitir una cifra en el producto, dividir el multiplicador en dos o más números, repetir una cifra en el producto, empezar por la izquierda, multiplicar los productos parciales.
- Lapsus y otros. Equivocar el proceso, derivar combinaciones desconocidas de otras conocidas, errores de lectura o al escribir los productos, multiplicar dos veces la misma cifra, invertir las cifras de los productos.

#### Algunos ejemplos de problemas para agilizar la comprensión de esta operación aritmética:



#### Problemas de razón

Juan compra 3 paquetes de lápices, cada uno vale Q.4.00. ¿Cuánto ha pagado en total?

Juan ha comprado varios paquetes de lápices. Si cada uno vale Q.6.00 y le han cobrado Q.42.00 en total. ¿Cuántos paquetes compró Juan?

#### Problemas de comparación

María recibe cada fin de semana Q.25.00. Su hermana Soledad que es mayor recibe 4 veces más, ¿cuánto recibe Soledad?

María recibe cada fin de semana Q.25.00. Soledad recibe Q.100.00 ¿Cuántas veces más recibe Soledad que María?

**Problemas de combinación**

En un baile hay tres jóvenes y dos jovencitas. ¿Cuántas parejas distintas pueden formar?

En un baile hay tres jóvenes y algunas chicas. Se pueden formar 6 parejas distintas. ¿Cuántas jovencitas distintas hay en el baile?

**Problemas de conversión**

Para celebrar un cumpleaños se han hecho varias bolsas. En cada una hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 6 chicles. ¿Cuántos chicles hay en cada bolsa?

En cada bolsa de cumpleaños hay varios paquetes de chicles. Si cada paquete tiene 6 chicles y hay 30 chicles en cada bolsa. ¿Cuántos paquetes hay por bolsa?

Hay 5 chicles en un paquete pequeño. Un paquete grande tiene 15 chicles. ¿Cuántas veces mayor es el paquete grande que el pequeño?.

**DIVISIÓN:**

A continuación mencionaremos algunos de los errores más comunes en esta operación aritmética conocida como la división:

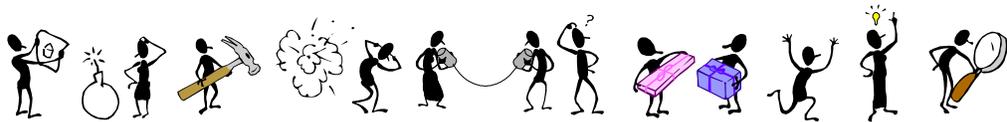
- Errores en las combinaciones básicas
- Errores de resta
- Errores de multiplicación
- Hallar un resto superior al divisor
- Hallar el cociente por sucesivas multiplicaciones
- Olvidar el resto al seguir dividiendo
- Omitir el cero en el cociente
- Omitir una cifra del dividendo
- Equivocar el proceso
- Contar para hallar el cociente

**A continuación un grupo de actividades que pueden utilizarse para ayudar a solventar los problemas antes expuestos:**

Formar grupos de cinco niños y niñas. Dar a cada grupo 30 dulces. Pedir que un miembro del grupo reparta en partes iguales los dulces entre los 5 miembros del grupo, dando primero un dulce a cada uno incluyéndose, luego dando otro y así sucesivamente hasta repartir los 30 dulces. Preguntar: ¿Cuántos dulces le tocaron a cada uno? Escribir, en el pizarrón, las restas correspondientes a cada reparto ( $30-5=25$ ,  $25-5=20$ ...) ¿Cuántas veces restaron? Explicar que al partir en cantidades iguales están dividiendo. Repetir la actividad utilizando 20 dulces. Escribir las restas sucesivas.

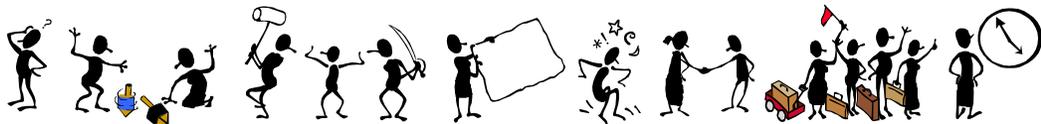
Formar grupos de tres niños y niñas. Dar a cada grupo 30 cuadritos de papel. Pedir que cuenten 28 cuadritos y que con ellos formen grupos de 7. Preguntar: ¿Cuántos cuadritos hay en cada grupo? Explicar que al formar grupos con el mismo número de objetos está efectuando una división:  $28 \div 7 = 4$  y  $28 \div 7 = 4$ . Repetir la actividad utilizando 24 cuadritos divididos en grupos de 3.

# A T R A B A J A R



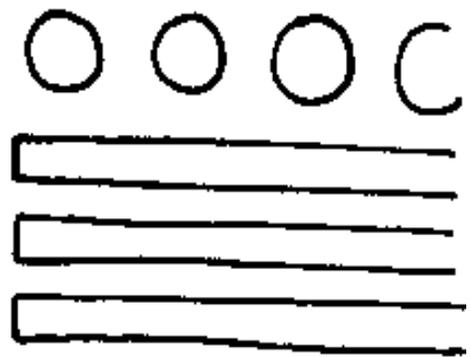
### SUGERENCIA DE TRABAJO No. 3

Realice una comparación entre la forma en la que hasta ahora ha enseñado a sus alumnas y alumnos las operaciones básicas y las recomendaciones que se han aportado en esta unidad del texto. Cuando haya hecho su análisis saque conclusiones respecto a los aspectos que puede mejorar. Finalmente comparta su experiencia con sus compañeras y compañeros maestros.



# Unidad 3

## Matemática Maya



En esta unidad vamos a tratar lo que se refiere a la matemática maya. Los elementos que a continuación se presentan han sido extraídos del libro *Ciencia y tecnología maya*, escrito por Pedro Guorón para PRODESSA y PROMEM/UNESCO.

Como se podrá observar, se trata de elementos muy importantes que fácilmente se pueden incorporar al proceso educativo de nuestras y nuestros alumnos.

Recordemos que una de las ciencias en las que mayor desarrollo alcanzaron los mayas antiguos, fue la matemática, pues era la base para el desarrollo de todas las ciencias: astronomía, arquitectura, agricultura, etc. Por otro lado es necesario señalar que la matemática como toda ciencia dentro de la cultura maya, está estrechamente relacionado con la espiritualidad.

Dicho lo anterior, pasamos al contenido.

### Unas dos tres palabras sobre la ciencia MATEMÁTICA<sup>1</sup>

**«...Un punto vale un año ; si son dos, dos años o días ;  
si son tres puntos así también se cuenta ;  
si son cuatro puntos se cuentan cuatro  
como si son tres puntos así también.  
Las rayas que están encima también,  
si es una raya vale cinco años ;  
si son dos rayas diez ;  
si la raya que está encima tiene un puntose cuenta seis ;  
si son dos los que hay sobre la raya, son siete ;  
si tres puntos hay encima son ocho ;  
si cuatro puntos hay sobre la  
línea se cuentan nueve ; si son dos rayas con un punto  
encima son once si es uno;  
si son dos puntos, doce ;  
si son tres puntos, trece.»<sup>2</sup>**

### EL SISTEMA DE NUMERACIÓN VIGESIMAL

El sistema de numeración vigesimal es parte de la ciencia matemática Maya, que facilitó el cómputo del tiempo, el cálculo y el desarrollo de las demás ciencias; pero lo mejor de todo, es que sigue siendo un tema de actualidad, útil y funcional.

Se le llama vigesimal porque se basa en el número veinte. Los símbolos que se utilizan en este sistema son únicamente tres: el punto que representa el valor numérico uno, la barra que representa al cinco y la concha que representa el valor cero. La combinación de estos tres símbolos y su ubicación en posiciones determinadas hace posible la escritura de cualquier cantidad.

<sup>1</sup> Tomado de: Guorón, Pedro. *Ciencia y tecnología maya*. PRODESSA-PROMEM/UNESCO. Guatemala, 1997.

<sup>2</sup> El Libro de los Libros de Chilam Balam. Colección Popular. Fondo de Cultura Económica. México, 1986.

a) Las unidades vigesimales

Representación ideográfica	Representación simplificada	Numeral en idioma Maya K'iche'	Significada en Castellano
		Majun. Wa'x	Cero
		Jur	Uno
		Ka'a'	Dos
		Oxib'	Tres
		Kajib'	Cuatro
		Joc'	Cinco
		Waqib'	Ses
		Wuqub'	Siete
		Waxaq'b'	Ocho
		B'elejea'	Nueve
		Lajuj	Diez
		Julajuj	Once
		Ka'itajuj	Doce
		Oxlajuj	Trece
		Kajlajuj	Catorce
		Jab'ajuj	Quince
		Waq'lajuj	Dieciséis
		Wuq'lajuj	Diecisiete
		Waxaq'ajuj	Dieciocho
		B'elejlajuj	Diecinueve

### b) Lectura de cantidades

Las posiciones de los números son importantes. Análogamente al sistema decimal arábigo cuyas distintas posiciones, leídas de derecha a izquierda, nos permiten leer unidades, decenas, centenas, millares, unidad de millar, etc.; por su base vigesimal, en el sistema de numeración maya, las distintas posiciones, que se leen de abajo hacia arriba, permiten leer las unidades, veintenas, cuatrocientenas, ochomilenas, cientosesentamilenas, y así sucesivamente, siendo cada posición un múltiplo de veinte. Veamos algunos ejemplos:

$$\dots = 3 \text{ ochomilenas} = 3 \times 8,000 = 24,000$$

$$\text{≡} = 13 \text{ cuatrocientenas} = 13 \times 400 = 5,200$$

$$\dots = 2 \text{ veintenas} = 2 \times 20 = 40$$

$$\text{≡} = 17 \text{ unidades} = 17 \times 1 = 17$$

El número representado es 29,257

$$\text{≡} = 18 \text{ cuatrocientenas} = 18 \times 400 = 7,200$$

$$\text{⊖} = 0 \text{ veintenas} = 0 \times 20 = 0$$

$$\text{—} = 6 \text{ unidades} = 6 \times 1 = 6$$

El número representado es 7,206

Para poder pasar un número del sistema arábigo al sistema vigesimal maya, conviene hacerse las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el múltiplo de veinte más grande que cabe en la cantidad que se quiere traducir?
  - ¿Cuántas veces se repite?
  - ¿Cuánto es el resto?
  - ¿Cuál es el múltiplo de veinte más grande que cabe dentro del resto?
  - ¿Cuántas veces se repite?
- y así sucesivamente.

Retomemos el segundo ejemplo anterior y analicémoslo: el número arábigo es 7,206.

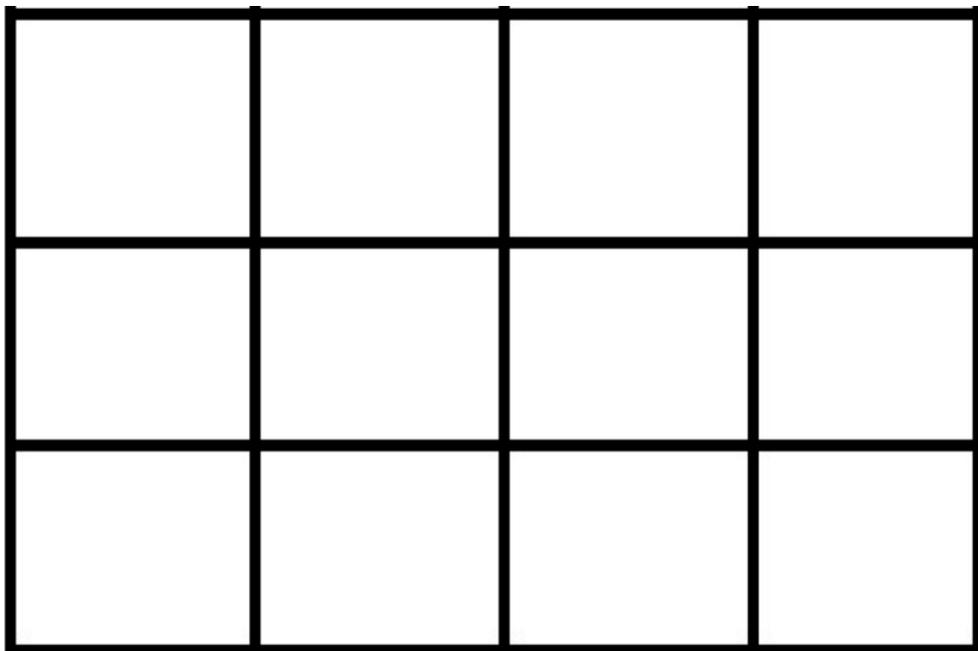
## INSTRUMENTACIÓN TECNOLÓGICA DE LA MATEMÁTICA

El sistema de numeración Maya se desarrolla en base a tres signos diferentes, es fácil de aprender y útil para representar cualquier cantidad que pueda imaginar la mente humana.

Con ellos se pueden realizar tanto extraordinarios y complejos cálculos, como operaciones sencillas de aritmética como la suma, la resta, la multiplicación y la división.

Para realizar sus cálculos científicos, nuestros abuelos y abuelas usaron básicamente dos formas de representación numérica:

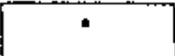
- **La forma escrita** que es común en estelas y códices, y
- **El cuadriculado de cómputo** que, auxiliado de palillos, frijoles y conchas, es un instrumento de cálculo que simplifica las operaciones.



Como imitando la trama de POP -el petate-, este tablero o cuadriculado de cómputo, auxiliado de frijoles, palillos y conchas, facilitó grandemente el trabajo del cálculo en materia científica, tal como se muestra en los ejemplos siguientes. En este tablero, fácil de hacer en cualquier superficie plana, cada fila es un nivel para las cantidades y cada columna sirve para representar las cantidades. Veamos cómo se usa.

a) La suma es lo más fácil que existe

Suponiendo que queremos encontrar el resultado de sumar 8,421 con 8,819. Lo primero que debemos hacer es pensar y representar las cantidades en el sistema vigesimal, con lo cual obtendríamos lo siguiente:

Unidades decimales	Unidades vigesimales		Unidades decimales	Unidades vigesimales
8.000		+	8.000	
400			800	
20			0	
1			19	

Utilizando el tablero de cómputo, frijoles, palillos y conchas, obtenemos la representación siguiente:

•	•		
•	• •		
•			
•			

La suma se obtiene sencillamente juntando los frijoles, palillos y conchas, en uno de los cuadros vacíos, cuidando mantener siempre el mismo nivel (fila) en el tablero, obteniendo, para este caso, lo siguiente:

		• •	
		• • •	
		• 	
		• 	

En ocasiones como ésta, hay que revisar el resultado, para que quede correctamente representado según el sistema vigesimal. Dado a que cualquier cuadro del tablero puede guardar únicamente las cantidades de cero a diecinueve, en este caso, dejamos cero unidades en el primer nivel y aumentamos una unidad en el nivel de las veintenas. El cero del nivel de las veintenas desaparece, porque pierde su función; y el resultado de la sumatoria es entonces el siguiente:

		• •	16,000
		• • •	1,200
		• •	40
			0

En el sistema decimal, el resultado es 17,240, tal como lo puede usted verificar más detenidamente.

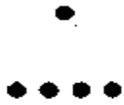
**b) La resta es sencilla**

Imaginemos que vamos a restar

Su equivalente en el sistema decimal sería:  $16,222 - 1,665$

Primero colocamos el minuendo en la primera columna del tablero, y el substraendo en la segunda, así como sigue:

A continuación, revisamos si en los cuadros del minuendo hay suficientes frijoles y palillos, como lo requiere el substraendo. Como en este caso, el substraendo exige cinco unidades en el primer nivel y el minuendo sólo cuenta con dos, prestamos un frijol del segundo nivel y lo convertimos en cuatro palillos en el primer nivel. Donde se requieran más frijoles, se puede sustituir un palillo por cinco frijoles, como sería el caso del segundo nivel. Estas dos operaciones se repite en los diferentes niveles cuando sea necesario. En este caso, nuestro tablero, antes de realizarse la resta queda así.

El resultado, que usted puede trasladar al sistema decimal, es entonces el siguiente:

Minuendo	Substraendo		Resultado

(cuadro  
14)

**c) La multiplicación da risa:** Las multiplicaciones entre cifras de un vígito se pueden realizar a través de sumas sucesivas. Seis por dos, por ejemplo, es igual a sumar dos veces el seis o seis veces el dos. Esta operación, sencilla de realizarse en un tablero de cálculo, nos permite construir una tabla básica para la multiplicación como la siguiente:





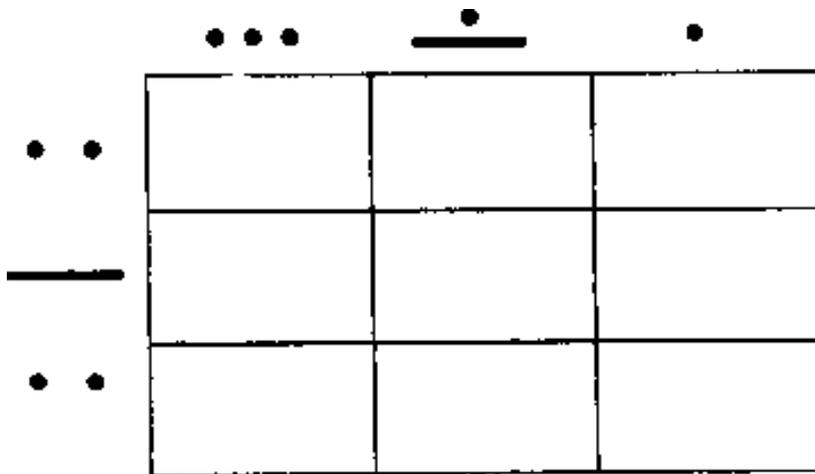
Para utilizar esta tabla hay que localizar primero el multiplicando en la columna que está fuera del cuadro y luego, el multiplicador en la fila de abajo. El cuadro donde se cruzan la fila del multiplicando con la columna del multiplicador, es el resultado. El cuadro sombreado en la tabla, es el resultado del multiplicador 5 por p. Con esta tabla y el tablero de cómputo, las multiplicaciones se facilitan tremendamente y dan risa, veamos porqué.



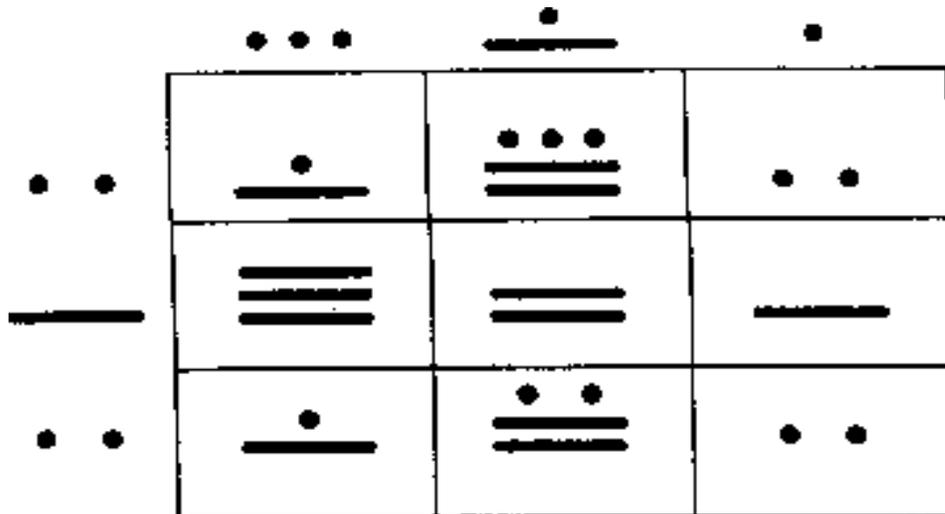
Realicemos la siguiente multiplicación:

Su equivalente en el sistema decimal es: 902 X 1,321.

Para realizar esta multiplicación, empecemos por ubicar el multiplicando en el margen izquierdo del tablero y el multiplicador en el margen superior del mismo, como se ilustra a continuación:

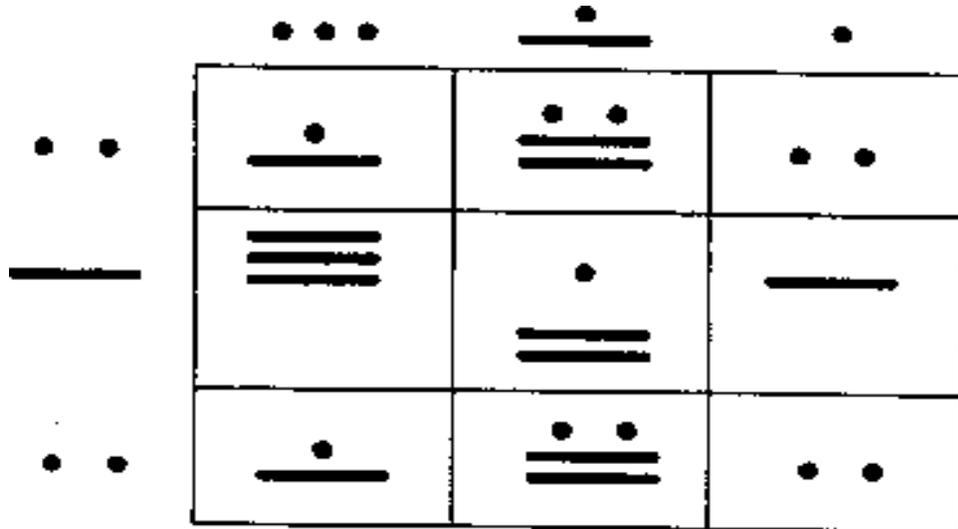


Inmediatamente se llena el tablero por el producto de cada uno de los factores de la multiplicación, quedando como siguen:

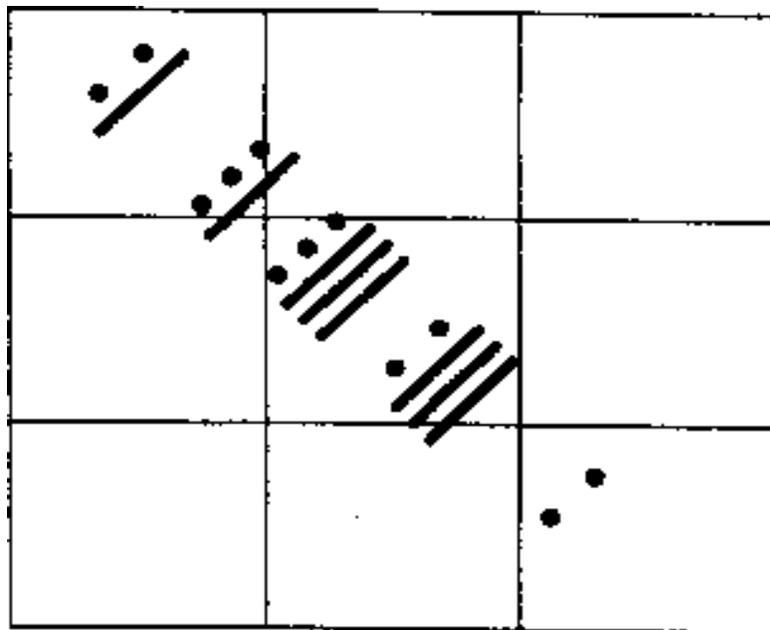


Seguidamente se revisa el resultado del tablero para simplificarlo y dejar las cantidades escritas correctamente. En este caso, como el resultado de 6 por 5, ubicado en el segundo nivel, es mayor que veinte, procedemos a quitar los múltiplos de veinte de ese nivel, aumentándolo en el nivel superior. Para entender más lo expresado, revise la segunda columna del siguiente tablero y compárela con la del tablero

anterior



Para obtener el resultado, se hace la sumatoria de diagonales, colocando los resultados parciales sobre la traza del tablero, tal como aparece en el cuadro siguiente:





El primer paso es colocar el dividendo en la diagonal principal o traza, del tablero; y el divisor, en el margen izquierdo del tablero. Es importante tener cuidado de que las unidades vigesimales del dividendo se correspondan con las del divisor, para que la operación de los resultados correctos.

	1	2	3
A   •			
B   •			
C   —			

Para empezar la división, ubiquémonos en la casilla A 1, donde tenemos únicamente un frijolito. Para que este sea el producto parcial correcto, debe aparecer un punto en la parte superior de la primera columna. Esto nos permite obtener la primera cifra del cociente de la división. Con esta cifra obtenemos los subproductos de la primera columna.

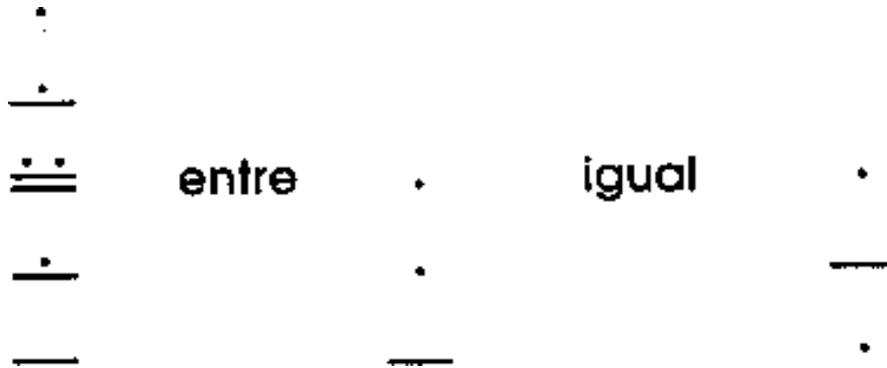
	1	2	3
A   •	•	/	
B   •	•	•• //	/
C   —	—	/	/

		1	2	3
		•	—	
A	•	•	—	
B	•	•	• —	
C	—	—	—	

El resto del tercer término del dividendo de la diagonal, distribuido en C1 y B2 es el contenido de A3, en este caso es. Para que este sea el producto parcial correcto, debe aparecer en la parte superior de la tercera columna, obteniendo de esta manera, la tercera y ultima cifra del cociente buscado. El subproducto de esta columna, simplificado y escrito correctamente, queda como sigue

		1	2	3
		•	—	•
A	•	•	—	•
B	•	•	• —	•
C	—	—	—	—

Finalmente, con este tablero lleno, hemos obtenido el cociente resultado de la división, el cual está ubicado en la parte superior de las columnas. La prueba se puede hacer juntando los palillos y frijoles de las diagonales en la traza del tablero.



Estas cuatro operaciones aritméticas básicas, realizadas en el sistema matemático vigesimal Maya, es una invitación para seguir desarrollando la ciencia matemática maya, que por su perfección es sencilla de entender y fácil de aplicar para cálculos complejos. Para usted queda esta tarea.

### 1.3 El sistema de medidas

La construcción de templos y ciudades es la evidencia más elocuente de la existencia de un sistema Maya de medidas de longitud, área y volumen. Aunque en este tema hay todavía mucho que investigar, se puede hablar del asunto, tomando como base uno de los términos que sigue vigente en la mayoría de comunidades mayas: K'an, la cuerda.

La base del K'an lo constituyen las Sap<sup>3</sup> o brazadas; es decir, la distancia promedio que hay entre la punta de los dedos de una mano y la punta de los dedos de la otra mano, de los brazos extendidos de una persona. Se presume que por la similitud de esta medida con la vara, puesto que el Sap tiene aproximadamente dos varas, la medida de las varas se introdujo en el K'an, desplazando los criterios y patrones originales.

Hoy en día, el K'an es utilizado principalmente para medidas territoriales de superficie, pero tiene patrones variables. Para algunos tiene 20 por 20 varas, para otros 25 por 25, 30 por 30, 35 por 35, o 40 por 40. Por la naturaleza vigesimal del sistema de numeración Maya, es altamente probable que la medida original de K'an sea de veinte brazadas promedio o Sap, lo cual coincide mucho con las 40 varas del sistema difundido actualmente.

Los vendedores de cortes en los mercados, miden la tela por Zap o brazadas.

A partir de un patrón lineal como el K'an o el Sap, dividiéndolo o multiplicándolo, fue posible realizar cualquier tipo de medición por grande o por pequeño que sea. De esta manera también se facilitó el diseño, la medida y trazo de áreas geométricas -círculos, triángulos, rectángulos- y volumétricas -como la esfera o el pentaedro que son volúmenes básicos que se encuentran en los templos-.

## LA TERMINOLOGÍA LINGÜÍSTICA DE LA CIENCIA MATEMÁTICA

Cinco dedos tiene la mano que está en un brazo.  
 Dos brazos y dos piernas tiene la gente.  
 Cuatro extremidades hacen un Winaq -la persona-.  
 Dos personas de distinto sexo se complementan, Ka'ib' Winaq.  
 De ellos surge un infante como tercera persona, OXK'al.  
 El ramo de personas o cuatriedad se logra con una cuarta persona,  
 Much'.  
 De esta forma la numeración se hace vida  
 y se vive para hacer vivir la numeración.

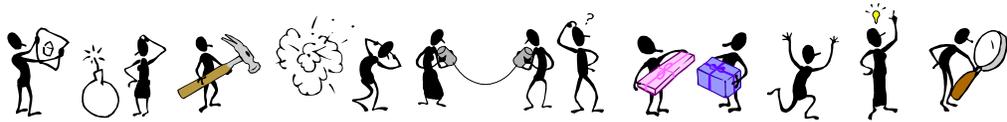
Sencillo como está escrito en las líneas anteriores, es la terminología utilizada en los idiomas mayas para desarrollar el sistema matemático. Veamos el caso resumido del idioma Kaqchikel:

jun .....	1
ka'i' .....	2
oxi' .....	3
kaji' .....	4
wo'o .....	5
waqi' .....	6
wuqu' .....	7
waqxaqi' .....	8
b'eleje' .....	9
lajuj .....	10
julajuj .....	11
kab'lajuj .....	12
oxlajuj .....	13
kajlajuj .....	14
wolajuj .....	15
waqlajuj .....	16
wuqlajuj .....	17
waqxaqlajuj .....	18
b'elejlajuj .....	19
juwinaq .....	20
juwinaq jun .....	21
juwinaq ka'i' .....	22
juwinaq oxi' .....	23

juwinaq kaji' .....	24
juwinaq wo'o .....	25
juwinaq waqi' .....	26
juwinaq wuqu' .....	27
juwinaq waqxaqi' .....	28
juwinaq b'eleje' .....	29
juwinaq lajuj .....	30
juwinaq julajuj .....	31
juwinaq kab'lajuj .....	32
juwinaq oxlajuj .....	33
juwinaq kajlajuj .....	34
juwinaq wolajuj .....	35
juwinaq waqlajuj .....	36
juwinaq wuqlajuj .....	37
juwinaq waqxaqlajuj .....	38
juwinaq b'elejlajuj .....	39
kawinaq .....	40
jun roxk'al <sup>1</sup> .....	41
ka'i' roxk'al .....	42
oxi' roxk'al .....	43
kaji' roxk'al .....	44
wo'o roxk'al .....	45
waqi' roxk'al .....	46
wuqu' roxk'al .....	47
waqxaqi' roxk'al .....	48
b'eleje' roxk'al .....	49
lajuj roxk'al .....	50
julajuj roxk'al .....	51
kab'lajuj roxk'al .....	52
oxlajuj roxk'al .....	53
kajlajuj roxk'al .....	54
wolajuj roxk'al .....	55
waqlajuj roxk'al .....	56
wuqlajuj roxk'al .....	57
waqxaqlajuj roxk'al .....	58
b'elejlajuj roxk'al .....	59

oxk'al .....	60
jun rujumuch' .....	61
ka'i' rujumuch' .....	62
oxi' rujumuch' .....	63
kaji' rujumuch' .....	64
wo'o rujumuch' .....	65
waqi' rujumuch' .....	66
wuqu' rujumuch' .....	67
waqxaqi' rujumuch' .....	68
b'eleje' rujumuch' .....	69
lajuj rujumuch' .....	70
julajuj rujumuch' .....	71
kab'lajuj rujumuch' .....	72
oxlajuj rujumuch' .....	73
kajlajuj rujumuch' .....	74
wolajuj rujumuch' .....	75
waqlajuj rujumuch' .....	76
wuqlajuj rujumuch' .....	77
waqxaqlajuj rujumuch' .....	78
b'elejlajuj rujumuch' .....	79
jumuch' .....	80
jun ok'al .....	81
ok'al .....	100
waqk'al .....	120
wuqk'al .....	140
waqxaqk'al .....	160
b'elejk'al .....	180
otuk (lajk'al) .....	200
julajk'al .....	220
kab'lajk'al .....	240
oxlajk'al .....	260
kajlajk'al .....	280
olajk'al .....	300
waqlajk'al .....	320
wuqlajk'al .....	340
waqxaqlajk'al .....	360

b'elejlajk'al .....	380
omuch' (q'o') .....	400
kaq'o' .....	800
oxoq'o' .....	1200
juchuy .....	8000
kachuy .....	16000
b'elejlajchuy .....	152000



# A T R A B A J A R

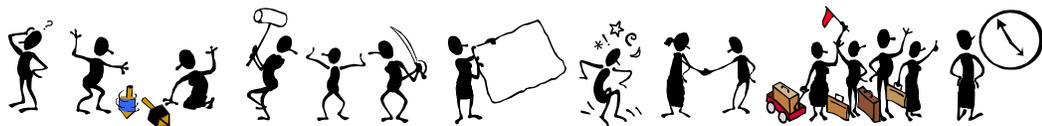
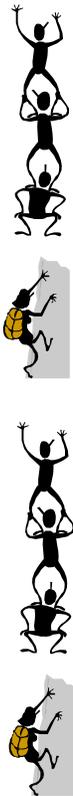
### SUGERENCIA DE TRABAJO No. 4

La práctica es una de las bases para el aprendizaje de las operaciones matemáticas. En esta unidad queremos invitarle a que realice lo siguiente:

1. Repase las operaciones de la matemática maya que se presentan en esta unidad.
2. Propóngase usted mismo nuevas operaciones y resuélvalas utilizando las instrucciones que se explicaron en esta unidad.
3. Comparte su experiencia con sus compañeros para averiguar si han logrado comprender y apoyarse entre sí.
4. Haga una reflexión respecto al gran desarrollo alcanzado por los antiguos mayas en las ciencias, particularmente en la matemática.

Hasta aquí llegamos con este curso. Esperamos que le haya permitido profundizar el conocimiento sobre la matemática misma así como sobre la didáctica de esta misma ciencia.

Le deseamos éxitos. Hasta pronto.



Díaz Arnal, Isabel. Matemática Preescolar-2. Ediciones S.M. impreso en España.

Programa Nacional de Educación Bilingüe. Capacitación a Distancia 2, Ministerio de Educación, Dirección de Desarrollo Socio Educativo Rural, Guatemala, febrero de 1,992, Impreso por Editora Educativa.

Jurado, Cristina. Didáctica de la matemática en la educación primaria intercultural bilingüe, Tomo X, Quito, 1,993 Ediciones ABYA-YALA.

Curiosidades Matemáticas. Autor: Rafael Escandon.  
Texto Básico de Nivel Primario 2do. Ministerio de Educación.

Guorón, Pedro. Ciencia y Tecnología Maya. PRODESSA-PROMEM/UNESCO. Guatemala, 1997.

# BIBLIOGRAFÍA



Este material fue creado con fondos de la Agencia para el Desarrollo Internacional (USAID) bajo el convenio de colaboración No. 520-A-00-98-00013-00 entre USAID/Guatemala y la Universidad Rafael Landívar/Guatemala.